



УДК 53.088

МРНТИ 90.27.32

https://doi.org/10.53364/24138614_2025_39_4_7

Б.Қ. Ермек^{1*}, Р.С. Беккожин², А. Әлиқызы¹, А.К.Шинбаева¹, Ж.Б. Омарова¹

¹Satbayev University, Алматы, Казахстан

²ФАА РГП «КазСтандарт», Алматы, Казахстан

E-mail: ermekbakbergen1@bk.ru*

ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ: СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ GUM И МОНТЕ-КАРЛО НА ПРИМЕРЕ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОГО ТЕРМОМЕТРА

Аннотация. В данной статье представлен сравнительный анализ методов оценки неопределенности GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) и Монте-Карло на примере калибровки биметаллического термометра ТБП 63-1 с диапазоном измерения от 0 до 120 °С и классом точности 2.5. Исследование направлено на идентификацию и на количественный анализ ключевых факторов неопределенности, включая как стохастические, так и систематические компоненты ошибок. Моделирование по методу GUM требует высокого уровня математических знаний для выполнения многих процедур, тогда как метод Монте-Карло может служить альтернативой для различных лабораторных исследований.

Математическая модель вводится для описания измеренной температуры, представленной как $E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c$, где каждый компонент отражает соответствующий вклад в общую неопределенность: V_c – показания термометра, ΔV_c – поправка калибратора и δV_c – половина цены деления. Процесс анализа включает вычисление стандартной неопределенности типа A из серии измерений для оценки случайных колебаний, а стандартные неопределенности типа B оцениваются для систематических источников, предполагая равномерное и прямоугольное распределение ошибок. Суммарная стандартная неопределенность измерений интегрирована для получения расширенной неопределенности с коэффициентом охвата $k = 2$ и доверительной вероятностью 0.95. В рамках метода Монте-Карло было сгенерировано 1,000,000 симуляций для достижения статистической значимости. Результаты анализа представлены в виде окончательного значения температуры, скорректированного с учетом всех вычисленных неопределенностей.

Основная цель исследования — определить, какой из методов наиболее эффективен для данного типа измерительного оборудования и продемонстрировать простоту использования Microsoft Excel (или аналогичного программного обеспечения для работы с таблицами) для оценки неопределенности измерений, основанных на функциональной зависимости.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, GUM, биметаллический термометр, неопределенность, погрешность, Microsoft Excel.

Введение.

Актуальность темы данного исследования обусловлена стремлением научного и инженерного сообществ к повышению точности и надёжности метрологических

измерений, что напрямую влияет на качество и конкурентоспособность технологических процессов и продукции. В рамках данного исследования осуществляется анализ двух методологий оценки неопределенности: традиционного подхода, описанного в документе GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement), и статистического метода Монте-Карло [1].

Метод Монте-Карло, применяющий статистическое моделирование и случайный выбор данных, является инновационным подходом в оценке неопределенности [2]. Он эффективно обрабатывает множество переменных, предоставляя детальное осмысление неопределенностей в комплексных системах. В отличие от него, метод GUM, долгий период, считавшийся эталоном в этой сфере, опирается на более классические аналитические процедуры и включает в себя некоторые упрощения для оценки неопределенности [3]. Этот метод позволяет глубже понимать сложности и вариативность условий эксперимента, раскрывая не только очевидные, но и скрытые факторы влияния. Он особенно ценен в ситуациях, где традиционные методы оказываются ограниченными из-за сложности системы или нелинейности процессов. Метод Монте-Карло предлагает гибкость и адаптивность, которые необходимы для современных научных исследований.

Объектом исследования являются процессы и условия измерений, влияющие на точность и достоверность метрологических данных, а предметом исследования — методы оценки неопределенности измерений, в частности методы GUM и Монте-Карло [4]. Целью исследования является сравнительный анализ этих методов для определения их эффективности и применимости в различных условиях измерений. Задачами исследования стали оценка стандартных и расширенных неопределенностей измерений, идентификация и количественный анализ стохастических и систематических источников неопределенности

Методы исследования включают статистическое моделирование, количественный анализ, сравнительный анализ, использование специализированного программного обеспечения для обработки данных, что позволяет выполнить задачи на высоком уровне [5]. Гипотеза исследования предполагает, что метод Монте-Карло может обеспечить более глубокое понимание неопределенностей в условиях сложных систем по сравнению с методом GUM, особенно когда традиционные методы ограничены из-за сложности системы или нелинейности процессов [6].

Результаты данного исследования подтвердили, что выбор метода оценки неопределенности значительно влияет на точность измерений.

Материалы и методы.

В этом исследовании проводится анализ неопределенности измерений для биметаллического термометра ТБП 63, который является современным прибором для измерения температуры. Термометр обладает диапазоном измерений от 0 до 120 °С, а класс точности составляет 2,5.

Расчет неопределенности включает в себя следующие этапы: определение математической модели прибора, выявление источников неопределенности, оценка входных величин и их неопределенностей, анализ коррелированных и некоррелированных выходных величин, составление бюджета неопределенности, расчет суммарной стандартной неопределенности и расширенной неопределенности, а также представление конечного результата измерений.

Этап 1. Математическая модель

Математическая модель для расчета показаний биметаллического термометра ТБП 63-1 выражается уравнением:

$$E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c \quad (1)$$

где V_c – показания термометра, °С.

Этап 2. Выявления источников неопределенности

На втором этапе расчёта неопределённости ключевым является выявление и анализ всех потенциальных источников неопределённости, которые могут влиять на результаты измерений.

Для термометра ТБП 63-1 источники неопределённости могут включать, но не ограничиваются следующими факторами:

ΔV_s – поправка калибратора при заданной температуре, °C;

δV_s – полови́на цены деления единицы младшего разряда дисплея, °C.

Этап 3. Оценивание входных величин и их неопределённости

На третьем этапе проводится оценка входных величин и их неопределённости. В данном случае расчет стандартной неопределённости выполняется по типу А, что включает учет источников неопределённости, имеющих случайный характер [7]. Для оценки неопределённости в условиях повторяемости были проведены десять измерений температуры с использованием калибруемого прибора. Полученные данные позволяют определить среднее значение измеряемой величины, а также рассчитать стандартное отклонение выборки, которое характеризует разброс измерений относительно среднего значения. Данный метод позволяет количественно оценить случайную составляющую неопределённости, вызванную вариациями в показаниях прибора, изменениями условий измерения и другими случайными факторами [8]. Стандартная неопределённость типа А вычисляется как стандартное отклонение выборки, деленное на квадратный корень из числа измерений.

Таблица 1 - Измеренное и среднее значение калибруемого прибора

№	Измеренное значение	Среднее значение
1	27	27,3
2	28	
3	27	
4	27	
5	27	
6	27	
7	28	
8	28	
9	27	
10	27	

Расчет среднего значения:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n=10} x_k = \frac{27 \cdot 7 + 28 \cdot 3}{10} = 27,3 \text{ °C} \quad (2)$$

Расчет стандартной неопределённости по типу А высчитывается по формуле

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_{cp})^2} \quad (3)$$

Подставляя все значения получим:

$$u(x_i) = u_A(x_i) \sqrt{\frac{(27-27,3)^2 + (28-27,3)^2 + \dots + (27-27,3)^2}{10 \cdot (10-1)}} = 0,01610 \approx 0,02 \text{ °C} \quad (4)$$

В данном случае в типе В вычисляются стандартные неопределённости, вызванные различными источниками систематических погрешностей, которые возникают из-за характеристик измерительных приборов, эталонов и методов измерения. В отличие от неопределённости типа А, которая связана со случайными изменениями в процессе измерений и оценивается с помощью статистических методов, неопределённость типа В основывается на известных данных о характеристиках оборудования и принимается аналитически [9].

Для оценки неопределённости необходимо учитывать распределение возможных отклонений измеряемых величин. В данном случае принимается, что для эталонного

прибора неопределённость распределяется равномерно, так как его погрешность имеет предсказуемый характер и не зависит от случайных факторов. Такой подход применяется в тех случаях, когда прибор имеет заданные пределы точности, а возможные отклонения в его показаниях не подвержены.

Для калибруемого прибора неопределённость распределяется по прямоугольному закону, поскольку измеренное значение может изменяться в пределах установленной погрешности, но не имеет при этом явной тенденции к какому-либо конкретному значению внутри этого диапазона. Такой метод оценки применяется, когда невозможно определить, какие именно значения измеряемой величины встречаются чаще, и когда прибор ограничен фиксированной ценой деления, не позволяющей отобразить изменения с более высокой точностью.

Основными источниками систематической неопределённости в данном случае являются поправка калибратора и ограниченная точность шкалы измерительного прибора. Поправка калибратора отражает возможные отклонения эталонного прибора от истинного значения температуры, что учитывается в расчётах, исходя из известных характеристик прибора. Ограниченная точность шкалы измерительного прибора связана с тем, что дисплей или аналоговая шкала прибора могут отображать значения с определённой дискретностью, что накладывает ограничения на точность измерений и приводит к дополнительной неопределённости.

Результаты расчётов показывают, что наибольший вклад в суммарную неопределённость вносит именно ограниченная точность шкалы прибора [10]. Кроме того, использование эталонов с минимальными погрешностями позволяет улучшить качество измерений и уменьшить влияние систематических ошибок, что особенно важно в задачах, требующих высокой точности и воспроизводимости результатов.

Таблица 2 - Источники неопределенности, имеющие систематический характер

	Входная величина	Неопр. по типу В
Стандартная неопределенность от ΔV_s , °C, $U_b = a/(\sqrt{3})$	0,05	0,02887
Стандартная неопределенность от δV_a , °C, $U_b = a/(2\sqrt{3})$	2	0,57735

Этап 4. Некоррелированные выходные величины

На этом этапе проводится анализ взаимосвязи между различными источниками неопределенности. В данном случае принимается важное допущение, что все входные величины не коррелируют друг с другом. Это означает, что каждая составляющая неопределенности влияет на конечный результат независимо от других, и между ними отсутствует какая-либо статистическая зависимость.

Принятие данного допущения значительно упрощает процесс расчета суммарной неопределенности, так как позволяет использовать метод квадратичного сложения отдельных неопределённостей. Если входные величины действительно независимы, их вклад в общую неопределённость можно определить по следующему принципу: каждая отдельная составляющая неопределенности сначала возводится в квадрат, затем их сумма извлекается из-под квадратного корня, что дает итоговую оценку общей неопределённости измерений.

При наличии корреляции между величинами процедура расчета усложняется, так как появляется необходимость учитывать коэффициенты корреляции, которые показывают степень взаимосвязи между различными неопределённостями. В таком случае неопределенности уже не могут складываться простым способом, а необходимо учитывать их взаимное влияние, что требует применения более сложных математических методов. Однако в данном расчёте предполагается, что корреляции между неопределённостями отсутствуют, а все источники неопределённости действуют независимо друг от друга.

Таким образом, на данном этапе расчёта неопределённости используется метод некоррелированных величин, который позволяет правильно учесть вклад каждой составляющей в суммарную неопределённость [11]. Это упрощает вычисления и делает итоговую оценку неопределённости измерений более прозрачной и объективной, что особенно важно при проведении метрологических исследований и разработке методик измерений.

Этап 5. Составление бюджета неопределённости

На данном этапе составляется бюджет неопределённости, который представляет собой систематизированный анализ всех выявленных источников ошибок, влияющих на конечный результат измерений. В бюджет включаются как случайные, так и систематические неопределённости, а их количественная оценка проводится с учетом характера возникновения, типа распределения и коэффициента чувствительности. Основная цель данного этапа – определить вклад каждого источника неопределённости и обоснованно рассчитать совокупную неопределённость измерений [12].

Каждый источник неопределённости анализируется по нескольким ключевым параметрам. В первую очередь учитывается входная величина, то есть физический параметр, который может изменяться и вносить вклад в общую неопределённость. Далее определяется числовое значение этого параметра, а также уточняется тип неопределённости – случайный или систематический. Случайные отклонения относятся к неопределённости типа А и определяются на основе статистической обработки повторных измерений, в то время как систематические отклонения относятся к типу В и оцениваются по характеристикам измерительного прибора и эталонов [13].

Важным фактором является учет вида распределения неопределённости, поскольку от этого зависит метод ее расчета. Вид распределения определяется исходя из природы возникновения неопределённости и характеристик измерительных средств.

Следующим этапом анализа является расчет стандартной неопределённости, которая отражает разброс значений вокруг среднего результата. Для каждой входной величины вычисляется ее стандартное отклонение, которое затем корректируется с учетом коэффициента чувствительности. Этот коэффициент показывает, насколько изменение конкретного параметра влияет на конечное значение измеряемой величины. Например, если небольшое изменение одного из источников неопределённости приводит к значительному изменению результата измерения, его коэффициент чувствительности будет высоким.

После того как все неопределённости рассчитаны и откорректированы, их вклад в общую неопределённость определяется путем перемножения стандартной неопределённости на коэффициент чувствительности. Итоговый бюджет неопределённости представляет собой совокупность всех этих данных и позволяет объективно оценить, какие факторы оказывают наибольшее влияние на точность измерений. Анализируя бюджет неопределённости, можно определить, какие из источников ошибок являются доминирующими и требуют дополнительного контроля или уменьшения их влияния.

Таблица 3 – Составление бюджета неопределённости

Входная величина, °С	Значение входной величины	Отклонение оценок	Тип неопределённости	Вид распределения	Стандартная неопределённость	Коэффициент чувствительности	Вклад в неопределённость
X_i	x_i	\pm			U_{ci}	C_i	$U_{ci} * C_i$
Ускок	27,3	-	А	нормальное	0,02	1	0,02

ΔV_s	0,05		В	прямоуголь ное	0,03	1	0,03
δV_a	2		В	прямоуголь ное	0,6	1	0,6

Этап 6. Расчет суммарной неопределенности

На данном этапе проводится расчет суммарной стандартной неопределенности, который является одним из ключевых этапов оценки точности измерений. Основная идея заключается в том, что общая неопределенность измерения определяется не простой суммой всех составляющих неопределенности, а методом квадратичного суммирования, поскольку каждая из них вносит свой независимый вклад в итоговый результат.

При вычислении суммарной неопределенности используется принцип суперпозиции, согласно которому суммарная стандартная неопределенность рассчитывается как квадратный корень из суммы квадратов всех индивидуальных стандартных неопределенностей. Данный метод применяется в тех случаях, когда неопределенности имеют разные источники происхождения и не зависят друг от друга [14].

Важно отметить, что в данном случае все входные величины считаются некоррелированными, что позволяет применять метод квадратичного суммирования без учета коэффициентов корреляции. Если бы между различными неопределенностями существовала зависимость, пришлось бы вводить дополнительные поправочные коэффициенты, отражающие взаимосвязь величин, что значительно усложнило бы расчет.

Каждая составляющая неопределенности, включенная в бюджет, вносит свой вклад в суммарную неопределенность. Это могут быть как случайные, так и систематические факторы, например, вариации измеренных значений в повторных испытаниях, неточность калибратора, погрешности шкалы прибора и другие. Их стандартные неопределенности были предварительно рассчитаны и приведены в бюджете неопределенности.

Применение метода квадратичного сложения обусловлено тем, что неопределенности представляют собой случайные и систематические величины, влияющие на итоговый результат измерения по-разному. Простое сложение этих величин дало бы завышенное значение общей неопределенности, поскольку в реальности влияние различных факторов не всегда накладывается линейно. Метод квадратного суммирования позволяет учесть относительное влияние каждой из составляющих и получить более точную оценку итоговой неопределенности.

После выполнения расчетов полученное значение стандартной суммарной неопределенности используется для дальнейшего определения расширенной неопределенности, которая учитывает доверительную вероятность измерений.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i^2 u^2(x_i)}, \quad (5)$$

$$u_c(y) = \sqrt{0,02^2 + 0,03^2 + 0,6^2} = 0,601082 \approx 0,6 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (6)$$

Этап 7. Расширенная неопределенность

На 7 этапе производится расчет расширенной неопределенности, которая представляет собой важный показатель точности измерений с учетом заданного уровня доверия. В отличие от стандартной неопределенности, которая характеризует среднеквадратичное отклонение измеряемой величины, расширенная неопределенность позволяет определить диапазон, в котором с высокой вероятностью находится истинное значение измеряемой величины.

Расширенная неопределенность рассчитывается путем умножения суммарной стандартной неопределенности на коэффициент охвата, который зависит от требуемого уровня доверия. В большинстве метрологических расчетов используется уровень доверия 95%, который является стандартным в научных исследованиях и измерительной практике. Для данного уровня доверия коэффициент охвата k принимается равным 2, что означает,

что истинное значение измеряемой величины с вероятностью 95% будет находиться в диапазоне, определяемом расширенной неопределенностью [15].

Использование коэффициента охвата необходимо, поскольку в реальных измерениях возможны случайные колебания результатов, и важно учитывать степень уверенности в том, что истинное значение находится в определенном интервале. Если бы использовалась только стандартная неопределенность, диапазон мог бы быть слишком узким, что не давало бы достаточной уверенности в точности измерений. Умножение на коэффициент охвата позволяет учесть возможные вариации измеряемой величины и задать разумные границы неопределенности.

Расчет расширенной неопределенности важен в ситуациях, когда необходимо представить измерения с четко определенной точностью, например, при сертификации оборудования, проведении метрологических экспертиз или разработке методик измерений. Значение расширенной неопределенности включается в конечный результат измерения, что позволяет пользователю данных интерпретировать точность и надежность полученных результатов.

$$U(y) = k \cdot u_c(y), \quad (7)$$

$$U(y) = 2 * 0,6 = 1,2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8)$$

Этап 8. Представление конечного результата

Завершающий этап включает формулировку итоговых результатов измерений с учетом всех рассчитанных неопределенностей. Результат представляется в форме интервала доверия вокруг среднего значения, который указывает на возможные пределы отклонения от истинного значения. Это позволяет пользователям прибора принимать обоснованные решения, учитывая потенциальную неопределенность прибора. На рисунке 1 показан вклад в неопределенность.

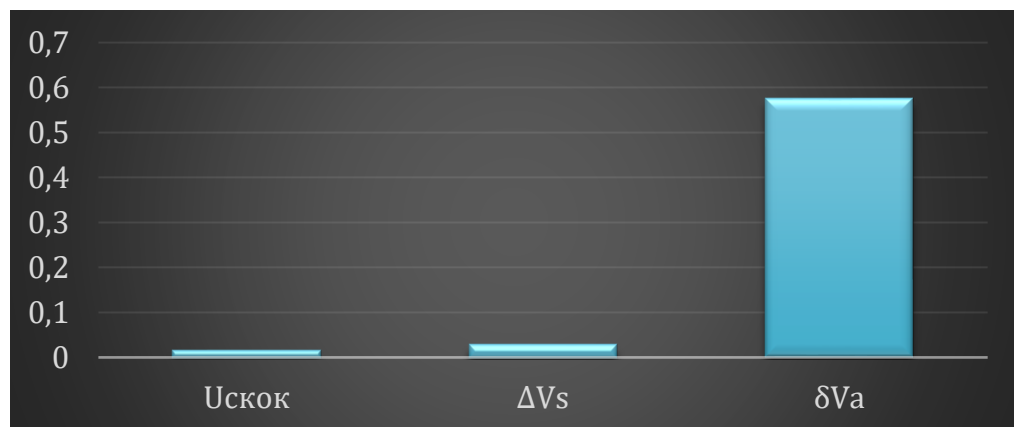


Рисунок 1 – Вклад в неопределенность

$$Y = y \pm U, P \quad (9)$$

$$(27,3 \pm 1,2) \text{ гПа, при } k = 2, P = 0,95. \quad (10)$$

Расчет неопределенности измерения по методу Монте-Карло

В процессе дальнейшего изучения точности измерений биметаллического барометра, мы применим метод Монте-Карло для оценки неопределенности.

Порядок оценивания расширенной неопределенности с использованием ММК и применением программного обеспечения Excel является наиболее удобным и легко осуществленным.

Он заключается в следующих операциях:

1. Формирование массивов данных

а) В соответствии с заданным законом распределения генерируются N массивов.

Создаются L массивов (по числу входных величин) случайных чисел объёмом $n = 1,000,000$, которые соответствуют указанным законам распределения. Для этого в программе Excel применяются соответствующие формулы.

Таблица 4 – Виды распределения и формулы

Распределение	Формула
Нормальное	=НОРМОБР (СЛЧИС (); x ; u)
Прямоугольное	
Заданная полуширина a	= $x+2*a*(СЛЧИС ()-0,5)$
Заданная стандартная неопределенность u	= $x+2*u*КОРЕНЬ (3) *(СЛЧИС ()-0,5)$
Треугольное	
Заданная полуширина a	= $x+a*(СЛЧИС ()-СЛЧИС ())$
Заданная стандартная неопределенность u	= $x+u*КОРЕНЬ (6) *(СЛЧИС ()-СЛЧИС ())$
Стьюдента	= $x+u*СТЬЮДРАСПОБР (СЛЧИС ();$

в которых необходимо заменить x – на значение входной величины, a – на заданную полуширину, u – на стандартную неопределённость, v – на число степеней свободы.

б) Формируют массив выходной величины, путем подстановки сгенерированных значений входных величин в модельное уравнение.

в) Упорядочивают от меньшего к большему (ранжируют) массив выходной величины.

Для расчета генерируем 3 массива случайных чисел (для входных V_c , ΔV_c и δV_c) объёмом $M=10^6$, подчиняющихся прямоугольному и нормальному закону распределения.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Математическая модель:			Ex = Vc+ΔVs+δVc			
2							
3	Vc	ΔVs	δVc	Ex			
4	27,3234	0,006394	1,555194	28,88499			
5	27,27187	0,098619	2,774044	30,14454			
6	27,29814	0,092498	1,397746	28,78838			
7	27,28188	0,013343	1,063621	28,35884			
8	27,30578	0,032685	2,876167	30,21463			
9	27,29937	0,024521	1,489164	28,81305			
10	27,30316	0,042915	2,243778	29,58986			
11	27,29565	0,022058	1,336694	28,6544			
12	27,31654	0,003158	1,164206	28,4839			
13	27,283	0,071314	1,350516	28,70483			
14	27,29609	0,051697	2,337142	29,68493			
15	27,29792	0,062312	1,967002	29,32723			
16	27,32484	0,008562	1,509626	28,84303			
17	27,28673	0,027322	1,236599	28,55065			
18	27,28764	0,023187	1,246084	28,55691			
19	27,30473	0,058255	1,178923	28,54191			
20	27,32397	0,061356	1,493263	28,87859			
21	27,31225	0,033105	2,809096	30,15445			
22	27,31405	0,088404	2,095386	29,49784			
23	27,30903	0,02251	2,521046	29,85259			
24	27,27464	0,005943	2,397416	29,678			
25	27,29805	0,012258	2,836265	30,14658			
26	27,30515	0,003894	2,176825	29,48587			
27	27,29616	0,022039	2,644608	29,96281			
28	27,31025	0,098077	2,849267	30,2576			
29	27,3014	0,06687	2,976936	30,34521			
30	27,29159	0,024627	2,43885	29,75506			

Рисунок 2- Массив входных данных

999971	27,30682	0,049159	2,670265	30,02625
999972	27,31634	0,089005	2,62945	30,0348
999973	27,29437	0,096177	1,344434	28,73498
999974	27,27155	0,006935	2,49943	29,77792
999975	27,27547	0,025822	2,042774	29,34407
999976	27,28647	0,065992	2,820612	30,17308
999977	27,28695	0,092037	1,016813	28,3958
999978	27,30572	0,044547	2,364718	29,71498
999979	27,27498	0,012212	2,361105	29,6483
999980	27,29129	0,034294	2,806093	30,13168
999981	27,29148	0,037899	2,939703	30,26909
999982	27,32923	0,029348	2,729232	30,08781
999983	27,30068	0,060163	2,391108	29,75195
999984	27,30028	0,008192	2,631854	29,94033
999985	27,27692	0,084424	2,766505	30,12785
999986	27,32758	0,051409	1,087685	28,46667
999987	27,2976	0,0229	1,294141	28,61464
999988	27,26725	0,086348	2,892104	30,2457
999989	27,29728	0,07344	2,841608	30,21233
999990	27,28974	0,080027	1,714488	29,08425
999991	27,31267	0,002194	2,719377	30,03424
999992	27,3052	0,00882	1,183304	28,49732
999993	27,31241	0,000232	1,020442	28,33308
999994	27,29987	0,047321	1,061657	28,40885
999995	27,3184	0,064703	1,946833	29,32994
999996	27,32152	0,068686	1,255739	28,64594
999997	27,31268	0,037854	2,41569	29,76622
999998	27,30822	0,082109	1,850576	29,24091
999999	27,33621	0,052291	2,538386	29,92688
1000000	27,30598	0,053669	1,642101	29,00175

Рисунок 3 – Массив входных данных

Данные с Лист1 переносятся на Лист2 и массив сортируется по возрастанию

	A	B	C	D	E
1	27,22696	-8,3E-07	1,000002	28,22696	
2	27,22794	-8,1E-07	1,000007	28,22795	
3	27,22876	-5,3E-07	1,000009	28,22877	
4	27,22929	-5E-07	1,000012	28,2293	
5	27,22946	-3,7E-07	1,000014	28,22947	
6	27,22975	-3,4E-07	1,000016	28,22977	
7	27,23006	-2,7E-07	1,000017	28,23008	
8	27,23151	4,07E-08	1,000018	28,23152	
9	27,2324	6,34E-08	1,000019	28,23242	
10	27,23244	7,05E-08	1,00002	28,23246	
11	27,2328	2,1E-07	1,000028	28,23283	
12	27,23281	3,28E-07	1,000028	28,23283	
13	27,23282	4,3E-07	1,000029	28,23285	
14	27,23352	6,35E-07	1,000031	28,23355	
15	27,23377	8,1E-07	1,000033	28,2338	
16	27,23433	8,26E-07	1,000035	28,23436	
17	27,23475	9,07E-07	1,000039	28,23479	
18	27,23488	1,02E-06	1,00004	28,23493	
19	27,23489	1,2E-06	1,000044	28,23494	
20	27,23496	1,22E-06	1,000044	28,23501	
21	27,23504	1,26E-06	1,000052	28,23509	
22	27,23507	1,33E-06	1,000052	28,23512	
23	27,23511	1,36E-06	1,000053	28,23517	
24	27,23521	1,4E-06	1,000055	28,23526	
25	27,23531	1,71E-06	1,000055	28,23537	
26	27,23547	1,83E-06	1,000056	28,23553	
27	27,23557	1,85E-06	1,000059	28,23564	
28	27,23576	1,88E-06	1,000061	28,23582	
29	27,23578	1,89E-06	1,000062	28,23584	
30	27,23588	1,92E-06	1,000062	28,23595	

Рисунок 4 – Массив входных данных

	A	B	C	D	E
999971	27,36501	0,099998	2,999939	30,46495	
999972	27,36515	0,099998	2,99994	30,46509	
999973	27,36532	0,099998	2,999941	30,46526	
999974	27,36535	0,099999	2,999948	30,4653	
999975	27,36539	0,099999	2,999949	30,46533	
999976	27,36585	0,099999	2,99995	30,4658	
999977	27,36595	0,099999	2,99995	30,4659	
999978	27,36602	0,099999	2,999952	30,46597	
999979	27,36618	0,099999	2,999954	30,46613	
999980	27,36624	0,099999	2,999958	30,4662	
999981	27,36627	0,099999	2,999958	30,46622	
999982	27,36638	0,099999	2,999959	30,46634	
999983	27,36657	0,099999	2,999962	30,46654	
999984	27,36713	0,099999	2,999967	30,46709	
999985	27,36724	0,1	2,999968	30,46721	
999986	27,36741	0,1	2,999969	30,46737	
999987	27,36846	0,1	2,99997	30,46843	
999988	27,3691	0,1	2,999974	30,46907	
999989	27,36933	0,1	2,999976	30,46931	
999990	27,36938	0,1	2,999979	30,46936	
999991	27,36955	0,1	2,999984	30,46953	
999992	27,36972	0,1	2,999985	30,46971	
999993	27,37012	0,1	2,999987	30,4701	
999994	27,3706	0,1	2,999988	30,47059	
999995	27,37141	0,1	2,999991	30,4714	
999996	27,37278	0,1	2,999992	30,47277	
999997	27,3731	0,100001	2,999994	30,47309	
999998	27,37386	0,100001	2,999995	30,47385	
999999	27,37538	0,100001	2,999995	30,47538	
1000000	27,37938	0,100001	2,999996	30,47937	

Рисунок 5 – Массив входных данных

Следующий этап состоит из вычисления оценки параметров полученного распределения:

- математическое ожидание \bar{y} :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n y_n \quad (11)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n y_n = 29,35^\circ\text{C} \quad (12)$$

- оценка суммарной стандартной неопределенности результата измерения:

$$u_c(y) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2} \quad (13)$$

$$u_c(y) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2} = 0,62^\circ\text{C} \quad (14)$$

- расширенная неопределенность для заданного уровня доверия

$$U_p = \frac{1}{2} [y_{n(1+p)/2} - y_{n(1-p)/2}] \quad (15)$$

$$U_p = \frac{1}{2} [y_{n(1+p)/2} - y_{n(1-p)/2}] = 1,03^\circ\text{C} \quad (16)$$

Где $y_{n(1+p)/2}$ и $y_{n(1-p)/2}$ – соответствующие члены упорядоченного массива данных выходной величины. Для $P = 0,95$ и $n = 10^6$ для расчёта берут 975000 и 25000 член упорядоченного массива выходной величины.

- оценку коэффициента охвата:

$$k = \frac{U_p}{u_c(y)} \quad (17)$$

$$k = \frac{U_p}{u_c(y)} = \frac{1,03}{0,062} = 1,7 \quad (18)$$

На рисунках 6,7,8 показаны распределения входных величин.

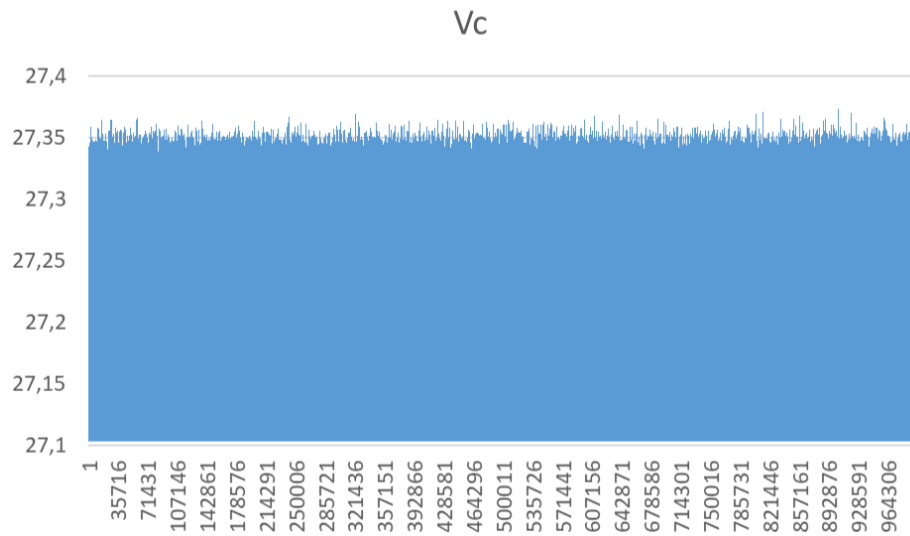


Рисунок 6 – Значения входной величины V_c

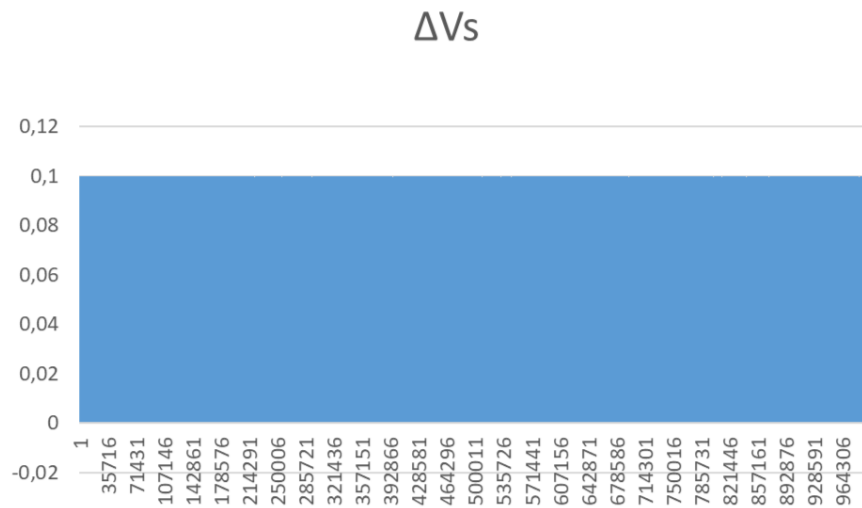


Рисунок 7 – Значения входной величины ΔV_s

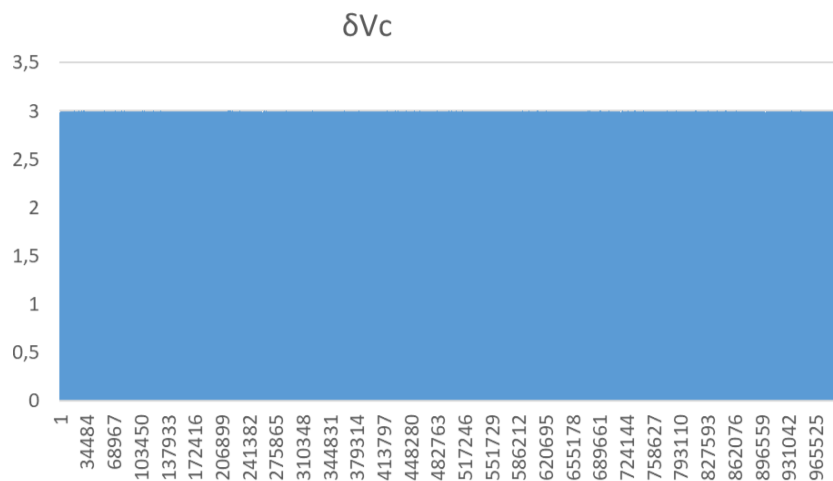


Рисунок 8 – Значения входной величины δV_c

Результаты и обсуждение.

Сравним результаты измерения, полученные методами GUM и Монте-Карло:

GUM: $E_x = (27,3 \pm 1,2) ^\circ\text{C}$, $P = 0,95$.

ММК: $E_x = (29,3 \pm 1,03) ^\circ\text{C}$, $P = 0,95$.

В ходе исследования были применены два метода оценки неопределенности: GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) и метод Монте-Карло (ММК). Рассчитанные значения температуры с указанием расширенной неопределенности и доверительной вероятности $P = 0,95$ представлены следующим образом: для метода GUM $E_x = (27,3 \pm 1,2) ^\circ\text{C}$, а для метода Монте-Карло $E_x = (29,3 \pm 1,03) ^\circ\text{C}$. Анализ результатов показывает, что между двумя методами есть различия. Среднее значение, полученное методом Монте-Карло, оказалось выше на 2,0 градуса, что может быть связано с учетом более широкого спектра факторов неопределенности или особенностями статистического подхода метода Монте-Карло. При этом расширенная неопределенность по методу GUM больше, что указывает на более высокую точность оценки при использовании этого метода.

Метод GUM, основанный на аналитическом подходе, демонстрирует свою надежность и эффективность в задачах, где измерительная модель обладает линейными зависимостями, а входные параметры имеют независимые и нормальные распределения. Кроме того, метод GUM позволяет быстро оценивать неопределенность, опираясь на аналитическое выражение модели и известные статистические характеристики, минимизируя затраты вычислительных ресурсов и времени. Он особенно полезен в стандартных задачах, где требуется обоснованная оценка при ограниченных ресурсах.

С другой стороны, метод Монте-Карло демонстрирует большую адаптивность к сложным условиям измерений, включая нелинейные зависимости и сложные распределения параметров. Он не требует высокой квалификации исполнителя, так как процесс расчёта полностью автоматизирован. Использование большого числа случайных выборок, например, 1,000,000 позволяет получить распределение результатов, максимально приближенное к реальным условиям. При этом данный метод также требует меньше вычислительных ресурсов и времени в сравнении с традиционным аналитическим подходом при решении сложных задач.

Заключение.

Проведённое исследование подтвердило значимость выбора метода оценки неопределенности измерений для повышения точности и надёжности метрологических данных. Сравнительный анализ методов GUM и Монте-Карло, выполненный на примере калибровки биметаллического термометра ТБП 63, продемонстрировал, что каждый из подходов имеет свои преимущества и недостатки.

Метод GUM показал высокую эффективность в условиях линейных моделей с нормальными распределениями входных величин. Его использование обеспечивает простоту и воспроизводимость вычислений, а также минимизирует потребление вычислительных ресурсов. Это делает метод предпочтительным для стандартных задач, требующих оперативной и точной оценки неопределенности. Однако этот метод требует больше времени на вычисления, что может быть критичным в условиях ограниченных ресурсов.

Использование 1,000,000 симуляций позволило учесть широкий спектр факторов, влияющих на результат измерений, и обеспечило оценку неопределенности.

Таким образом, результаты исследования показывают, что метод GUM остаётся стандартом для большинства метрологических приложений, особенно в условиях ограниченности вычислительных мощностей. В то же время метод Монте-Карло является важным дополнением для задач с высокой сложностью и детализированностью анализа. Перспективы дальнейших исследований включают разработку комбинированного подхода, который объединит сильные стороны обоих методов, что позволит достичь высокой точности и универсальности в оценке неопределенности измерений.

Благодарность, конфликт интересов

Авторы выражают искреннюю благодарность лаборатории “Scientia Kazakhstan” за предоставленные услуги калибровки.

Список литературы

1. JCGM 200:2008. (2008) International Vocabulary of Metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms, 3rd Edition. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), 90 p. (in English)
2. ISO/IEC 17025-2019. (2017) General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. International Organization for Standardization / International Electrotechnical Commission, 30 p. (in English)
3. СТ РК 2.184-2010. (2010) Оценка неопределенности при калибровке/поверке средств измерений (Estimation of Uncertainty in Calibration/Verification of Measuring Instruments). Астана: Комитет по техническому регулированию и метрологии Республики Казахстан, 64 с. (in Kazakh)
4. JCGM 200:2012. (2012) International vocabulary of metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM), 3rd ed. Joint Committee for Guides in Metrology, 91 p. (in English)
5. ISO. (1993) Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First Edition. Switzerland, 101 p. (in English)
6. МИ 2552-99. (1999) Рекомендация. ГСИ. Применение Руководства по выражению неопределенности измерений (Recommendation. GSI. Application of the Guide to the Expression of Measurement Uncertainty). ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург, 31 с. (in Russian)
7. Willink R. (2013) Measurement Uncertainty and Probability. Cambridge: Cambridge University Press, 276 p. (in English)
8. EA-4/02. (1999) Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. European Co-operation for Accreditation, 79 p. (in English)
9. Dieck R. H. (2007) Measurement Uncertainty: Methods and Applications, 4th ed. ISA, 277 p. (in English)
10. Measurement uncertainty estimations: GUM method. [Electronic resource]. Available at: <https://www.wasyresearch.com/measurement-uncertainty-estimations-gum-method/> (Accessed: March 2025). (in English)
11. Хан С.Г. (2018) Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством: Учебное пособие (Metrology, Standardization, Certification, and Quality Management: Textbook). Алматы: АУЭС, 118 с. (in Russian)
12. Международный словарь по метрологии. (2010) Основные и общие понятия и соответствующие термины (International Vocabulary of Metrology: Basic and General Concepts and Corresponding Terms), 2-е издание, исправленное. Санкт-Петербург: НПО «Профессионал», 84 с. (in Russian)
13. СТ РК 2.185-2010. (2010) ГСИ РК. Результаты и характеристики погрешности измерений (State System for Ensuring Uniformity of Measurements of the Republic of Kazakhstan. Results and Characteristics of Measurement Errors). (in Kazakh)
14. GOST ISO 5725-1-2003. (2003) Accuracy (Trueness and Precision) of Measurement Methods and Results. Part 1. General Principles and Definitions. Moscow: Standartinform. (in English)
15. СТ РК 1.9-2019. (2019) Национальная система стандартизации Республики Казахстан. Общие требования к применению международных, региональных стандартов и стандартов иностранных государств на территории Республики Казахстан (National Standardization System of the Republic of Kazakhstan. General Requirements for the Application

of International, Regional, and Foreign National Standards in the Republic of Kazakhstan). Астана: Мемстандарт. (in Kazakh)

References

1. JCGM 200:2008. (2008) International Vocabulary of Metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms, 3rd Edition. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), 90 p. (in English)
2. ISO/IEC 17025-2019. (2017) General Requirements for the Competence of Testing and Calibration Laboratories. International Organization for Standardization/International Electrotechnical Commission, 30 p. (in English)
3. ST RK 2.184-2010. (2010) Ocenka neopredelennosti pri kalibrovke/poverke sredstv izmereniy [Estimation of Uncertainty in Calibration/Verification of Measuring Instruments]. Astana: Komitet po tekhnicheskomu regulirovaniyu i metrologii Respubliki Kazakhstan, 64 p. (in Kazakh)
4. JCGM 200:2012. (2012) International Vocabulary of Metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM), 3rd ed. Joint Committee for Guides in Metrology, 91 p. (in English)
5. ISO. (1993) Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First Edition. Switzerland, 101 p. (in English)
6. MI 2552-99. (1999) Rekomendatsiya. GSI. Primenenie Rukovodstva po vyrazheniyu neopredelennosti izmereniy [Recommendation. GSI. Application of the Guide to the Expression of Measurement Uncertainty]. VNIIM im. D.I. Mendeleeva, St. Petersburg, 31 p. (in Russian)
7. Willink, R. (2013) Measurement Uncertainty and Probability. Cambridge: Cambridge University Press, 276 p. (in English)
8. EA-4/02. (1999) Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. European Co-operation for Accreditation, 79 p. (in English)
9. Dieck, R. H. (2007) Measurement Uncertainty: Methods and Applications, 4th ed. ISA, 277 p. (in English)
10. Measurement uncertainty estimations: GUM method. [Electronic resource]. Available at: <https://www.wasyresearch.com/measurement-uncertainty-estimations-gum-method/> (Accessed: March 2025). (in English)
11. Han S.G. (2018) Metrologiya, Standartizatsiya, Sertifikatsiya i Upravlenie Kachestvom: Uchebnoe Posobie (Dlya Studentov Spetsial'nosti "Avtomatizatsiya i Upravlenie") [Metrology, Standardization, Certification, and Quality Management: Textbook (for Students of the "Automation and Control" Specialty)]. Almaty: AUES, 118 p. (in Russian)
12. Mezhdunarodnyy slovar' po metrologii. (2010) Osnovnye i Obshchie Ponyatiya i Sootvetstvuyushchie Terminy: Per. s Angl. i Fr. / Vseros. Nauch.-Issled. In-t Metrologii im. D. I. Mendeleeva, Belorus. Gos. In-t Metrologii. Izd. 2-e, Ispr. [International Vocabulary of Metrology: Basic and General Concepts and Corresponding Terms, 2nd ed., Corrected]. St. Petersburg: NPO "Professional", 84 p. (in Russian)
13. ST RK 2.185-2010. (2010) GSI RK. Rezultaty i Kharakteristiki Pogreshnosti Izmereniy [State System for Ensuring Uniformity of Measurements of the Republic of Kazakhstan. Results and Characteristics of Measurement Errors]. (in Kazakh)
14. GOST ISO 5725-1-2003. (2003) Tochnost' (Pravil'nost' i Precizionnost') Metodov i Rezul'tatov Izmereniy. Chast' 1. Osnovnye Polozheniya i Opredeleniya [Accuracy (Trueness and Precision) of Measurement Methods and Results. Part 1. General Principles and Definitions]. Moscow: Standartinform. (in Russian)
15. ST RK 1.9-2019. (2019) Natsional'naya Sistema Standartizatsii Respubliki Kazakhstan. Obshchie Trebovaniya k Primeneniyu Mezhdunarodnykh, Regional'nykh Standartov i Standartov Inostrannykh Gosudarstv na Territorii Respubliki Kazakhstan [National Standardization System of the Republic of Kazakhstan. General Requirements for the Application

of International, Regional, and Foreign National Standards in the Republic of Kazakhstan]. Astana: Memstandart. (in Kazakh)

ӨЛШЕУ БЕЛГІСІЗДІГІН БАҒАЛАУ: БИМЕТАЛЛДЫ ТЕРМОМЕТР МЫСАЛЫНДА GUM ЖӘНЕ МОНТЕ-КАРЛО ӘДІСТЕРІН САЛЫСТЫРУ

Аңдатпа. Бұл мақалада өлшеу белгісіздігін бағалаудың GUM (*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*) және Монте-Карло әдістерінің салыстырмалы талдауы 0-ден 120 °C-қа дейінгі өлшеу диапазоны және дәлдік сыныбы 2.5 бар ТБП 63-1 биметалл термометрін калибрлеу мысалында ұсынылған. Зерттеу белгісіздіктің негізгі факторларын, соның ішінде стохастикалық және жүйелік қателіктерді анықтауға және сандық талдауға бағытталған. GUM әдісін қолдану көптеген процедураларды орындау үшін жоғары математикалық білімді талап етеді, ал Монте-Карло әдісі әртүрлі зертханалық зерттеулерге балама бола алады.

Өлшенген температураны сипаттау үшін математикалық модель енгізілді, ол $E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c$ түрінде ұсынылған, мұнда әрбір компонент жалпы белгісіздікке өз үлесін қосады: V_c – термометр көрсеткіштері, ΔV_c – калибратордың түзетуі, ал δV_c – бөліну бағасының жартысы. Талдау процесіне кездейсоқ тербелістерді бағалау үшін өлшемдер сериясынан А типті стандартты белгісіздікті есептеу, ал жүйелі көздер үшін В типті стандартты белгісіздіктер біркелкі және тікбұрышты қателіктер таралуын болжау арқылы бағаланады. Өлшеулердің жалпы стандартты белгісіздігі қамту коэффициенті $k=2$ және сенімділік деңгейі 0.95 болатын кеңейтілген белгісіздікті алу үшін біріктірілген.

Монте-Карло әдісін қолдана отырып, статистикалық маңыздылыққа қол жеткізу үшін 1,000,000 симуляция жасалды. Талдау нәтижелері барлық есептелген белгісіздіктерді ескеретін соңғы түзетілген температура мәні ретінде ұсынылды.

Зерттеудің негізгі мақсаты – бұл өлшеу жабдығы үшін қай әдістің тиімдірек екенін анықтау және функционалдық тәуелділіктерге негізделген белгісіздіктерді бағалау үшін Microsoft Excel (немесе ұқсас кестелік бағдарламалық қамтамасыз етуді) пайдаланудың қарапайымдылығын көрсету.

Түйін сөздер: Монте-Карло әдісі, GUM, биметалл термометр, белгісіздік, қате, Microsoft Excel.

MEASUREMENT UNCERTAINTY EVALUATION: COMPARISON OF GUM AND MONTE CARLO METHODS ON THE EXAMPLE OF A BIMETALLIC THERMOMETER

Abstract. This article presents a comparative analysis of uncertainty evaluation methods, GUM (*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*) and Monte Carlo, using the calibration of a bimetallic thermometer TBP 63-1 with a measurement range of 0 to 120 °C and an accuracy class of 2.5. The study focuses on the identification and quantitative analysis of key uncertainty factors, including both stochastic and systematic error components. GUM modeling requires a high level of mathematical expertise to perform many procedures, while the Monte Carlo method serves as an alternative for various laboratory studies.

A mathematical model is introduced to describe the measured temperature, represented as $E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c$, where each component reflects its respective contribution to overall uncertainty: V_c is the thermometer reading, ΔV_c is the calibrator correction, and δV_c is half the scale division. The analysis process includes calculating the type A standard uncertainty from a series of measurements to assess random fluctuations, while type B standard uncertainties are estimated for systematic sources, assuming uniform and rectangular error distributions. The combined standard uncertainty is integrated to obtain the expanded uncertainty with a coverage

factor $k=2$ and a confidence level of 0.95. Using the Monte Carlo method, 1,000,000 simulations were generated to ensure statistical significance.

The analysis results are presented as the final corrected temperature value, accounting for all calculated uncertainties. The primary goal of the study is to determine which method is more effective for this type of measuring equipment and to demonstrate the simplicity of using Microsoft Excel (or similar spreadsheet software) for evaluating measurement uncertainties based on functional dependence.

Keywords: Monte-Carlo method, GUM, bimetallic thermometer, uncertainty, error, Microsoft Excel.

Сведения об авторах

Ермек Бакберген Қайратұлы	Автор для корреспонденции, магистр 1 курса по специальности «Управление качеством и методы, системы диагностики», КазННТУ им. Сатпаева, Алматы, Казахстан, E-mail: ermekbakbergen1@bk.ru, https://orcid.org/0009-0006-6312-8935
Беккожин Руслан Сабырович	Руководитель ФАА РГП «КазСтандарт» по г. Алматы и Алматинской области E-mail:r.bekkozhin@ksm.kz
Әлиқызы Аяулым	Магистр 1 курса по специальности «Управление качеством и методы, системы диагностики», КазННТУ им. Сатпаева, Алматы, Казахстан E-mail: ayaulimalikizi05@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-6312-8935
Шинбаева Айнура Қадыржановна	PhD, ассоциированный профессор, КазННТУ им. Сатпаева, Алматы, Казахстан E-mail: a.shinbayeva@satbayev.university , https://orcid.org/0000-0003-3875-8397
Омарова Жансая Бағдатқызы	PhD, ассоциированный профессор, КазННТУ им. Сатпаева, Алматы, Казахстан E-mail: zh.omarova@satbayev.university, https://orcid.org/0000-0002-1101-7735

Авторлар туралы мәлімет

Ермек Бакберген Қайратұлы	«Сапаны басқару және диагностикалау әдістері мен жүйелері» мамандығының 1-курс магистранты, Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы, Қазақстан, E-mail: ermekbakbergen1@bk.ru , https://orcid.org/0009-0006-6312-8935
Беккожин Руслан Сабырович	«КазСтандарт» РМК Алматы қаласы және Алматы облысы бойынша филиалы директоры, E-mail:r.bekkozhin@ksm.kz
Әлиқызы Аяулым	«Сапаны басқару және диагностикалау әдістері мен жүйелері» мамандығының 1-курс магистранты, Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы, Қазақстан, E-mail: ayaulimalikizi05@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-6312-8935
Шинбаева Айнура Қадыржановна	PhD, қауымдастырылған профессор, КазННТУ им Сатпаева, Алматы, Қазақстан E-mail: a.shinbayeva@satbayev.university , https://orcid.org/0000-0003-3875-8397
Омарова Жансая Бағдатқызы	PhD, қауымдастырылған профессор, КазННТУ им Сатпаева, Алматы, Қазақстан E-mail: zh.omarova@satbayev.university, https://orcid.org/0000-0002-1101-7735

Information about the authors

Yermek Bakbergen	Corresponding author, 1st-year master's student majoring in "Quality management and diagnostic methods and systems", Satbayev University, Almaty, Republic of Kazakhstan E-mail: ermekbakbergen1@bk.ru, https://orcid.org/0009-0006-6312-8935
Bekkozhin Ruslan	Director of the FAA RSE "KazStandard" for Almaty City and Almaty Region E-mail:r.bekkozhin@ksm.kz
Alikyzy Ayaulim	1st-year master's student majoring in "Quality management and diagnostic methods and systems", Satbayev University, Almaty, Republic of Kazakhstan E-mail: ayaulimalikizi05@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-6312-8935
Ainura Shinbayeva	Ph.D., associate professor sciences, Satbayev University, Almaty, Republic of Kazakhstan, E-mail: a.shinbayeva@satbayev.university , https://orcid.org/0000-0003-3875-8397
Omarova Zhansaya	Ph.D., associate professor sciences, Satbayev University, Almaty, Republic of Kazakhstan, E-mail: zh.omarova@satbayev.university, https://orcid.org/0000-0002-1101-7735